

Aljabar Linier & Matrik

▶▶ 1. Intro dan Determinan

Agenda

- 1 Kontrak Perkuliahan
- 2 Materi Perkuliahan
- 3 Sistem Perkuliahan
- 4 Intro Determinan

Materi Sebelum UTS

01. DETERMINAN
02. DETERMINAN (LANJUTAN)
03. MATRIKS
04. MATRIKS (LANJUTAN 1)
05. MATRIKS (LANJUTAN 2)
06. MATRIKS (LANJUTAN 3)
07. MATRIKS (LANJUTAN 4)

Materi Setelah UTS

08.PERSAMAAN LINIER DAN GARIS LURUS

09.PERS. LINIER DAN GARIS LURUS (LANJT 1)

10.PERS. LINIER DAN GARIS LURUS (LANJT 2)

11.TRANSFORMASI LINIER

12.TRANSFORMASI LINIER (LANJT 1)

13.TRANSFORMASI LINIER (LANJT 2)

14.TRANSFORMASI LINIER (LANJT 3)

KEMAMPUAN AKHIR

- ❖ Mahasiswa mampu menguasai konsep dasar determinan

KONTRAK KULIAH

- ❖ Baju Rapi dan Sopan + Sepatu
- ❖ Mengganggu ketenangan kelas → **KELUAR + ABSEN**
- ❖ Syarat ikut UAS: **75% HADIR**
- ❖ Sanksi berbuat curang : **GUGUR MATAKULIAH**

PENILAIAN

UTS

35 %

UAS

35 %

TUGAS/ QUIZ

30 %

REFERENSI

- Kaplan and Lewis., *Calculus and Linear Agebra*
- Piskunov ; *Differetial and Integral Calculus vol I, II*
- Proter and Morrey, *Modern Mathematica Analysis.*
- Stephenson and Redheffer., *Mathematics of Physics and oder Engineering.*
- Thomas., *Calculus and Analytc Geometry.*

DEFINISI DETERMINAN

- ❖ Untuk setiap matriks persegi (bujur sangkar), ada satu bilangan tertentu yang disebut *determinan*
- ❖ Determinan adalah jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari suatu matriks bujur sangkar.
- ❖ Disimbolkan dengan: $\det [A]=|A|$

INTRO

1. DETERMINAN TINGKAT N :

ialah bentuk susunan elemen-elemen a_{ij} menurut n baris dan n kolom, ditulis diantara $\left[\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right]$ dua garis tegas sbb. :

$$D = \Delta = \begin{array}{cccc} \left| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots \dots \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots \dots \dots a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots \dots \dots a_{3n} \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots \dots \dots a_{nn} \end{array} \right| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{baris ke 1} \\ \longrightarrow \text{baris ke 2} \\ \dots \dots \dots \\ \longrightarrow \text{baris ke n} \end{array} \\ \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \text{Kolom ke 1} & \text{Kolom ke n} \end{array} \end{array}$$

$a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{nn}$ disebut elemen- elemen (unsur²) determinan. Determinan tingkat n punya n baris dan n kolom, jadi banyaknya elemen ada $n \times n = n^2$ buah.

$a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ elemen² **diagonal pokok**

$a_{1n}, a_{2(n-1)}, a_{3(n-2)}, \dots, a_{n1}$ elemen² **diagonal kedua**.

Elemen a_{ij} terletak dibaris ke i dan dikolom ke j .

Determinan tingkat 2 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Determinan tingkat 3 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

2. MINOR

Minor dari elemen a_{pq} dari determinan tingkat n adalah determinan tingkat $(n - 1)$ yang diperoleh dengan mencoret baris p dan kolom ke q , ditulis dengan lambang M_{pq} .

Contoh : Minor dari elemen a_{21} dari determinan tingkat 3 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{adalah } M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

3. K O F A K T O R

Kofaktor dari elemen a_{pq} diberi lambang K_{pq} dan didefinisikan sbb :

$$K_{pq} = (-1)^{p+q} M_{pq}$$

Jika $p + q = \text{genap} \rightarrow K_{pq} = M_{pq}$

Jika $p + q = \text{gasal} \rightarrow K_{pq} = - M_{pq}$

4. EKSPANSI LAPLACE

Definisi : Nilai det Δ tk n = jumlah hasil ganda elemen – elemen dari sebuah baris (kolom) dengan kofaktor-kofaktor yang bersesuaian .

$$\Delta = \sum_{j=1}^n a_{ij} K_{ij}$$

(ekspansi menurut elemen-elemen baris ke i)

Contoh :

1. Mendapatkan nilai det .tk.2 : $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

Demikian :

$$M_{11} = a_{22} \quad ; \quad M_{12} = a_{21}$$

$$K_{11} = M_{11} = a_{22} \quad ; \quad K_{21} = -M_{12} = -a_{21}$$

Jika determinan itu dikembangkan menurut elemen-elemen baris ke – i, maka :

$$\Delta = a_{11} K_{11} + a_{12} K_{12} = a_{11}(a_{22}) + a_{12}(-a_{21})$$

❖ $\Delta = a_{11} a_{22} - a_{12}a_{21}$ = hasil ganda elemen-elemen diagonal pokok
-hasil ganda elemen-elemen diagonal kedua

2. Mendapatkan nilai det. tk. 3 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Demikian :

Expansi menurut kolom ke - i :

$$\Delta = a_{11} K_{11} + a_{21} K_{21} + a_{31} K_{31} \quad ; \text{dimana :}$$

$$K_{11} = M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}$$

$$K_{21} = -M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -(a_{12} a_{33} - a_{13} a_{32})$$

$$K_{31} = M_{31} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22}$$

$$\Delta = a_{11} (a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}) + a_{21} \{ -(a_{12} a_{33} - a_{13} a_{32}) \} + a_{31} (a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22})$$

$$\diamond = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - (a_{11} a_{23} a_{32} + a_{12} a_{21} a_{33} + a_{13} a_{22} a_{31})$$

The image features a 3D graphic of a rising arrow. The arrow's shaft is a thick, wavy ribbon that starts with a wave-like pattern on the left and then rises steadily to the right. The arrowhead is a dark, textured shape pointing upwards and to the right. The background is a blue grid with a vertical axis on the right side, marked with numbers from 10 to 19. The text "Thank You!" is centered in the middle of the image.

Thank You !